Pizarra:

1. La transformación bidimensional afín se realiza a partir del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} X_B &= (\lambda_x \cos\theta)x_A - (\lambda_y sen\theta)y_A + X_0 \\ Y_B &= (\lambda_x sen\theta)y_A + (\lambda_y \cos\theta)y_A + Y_0 \end{aligned} \qquad (1)$$

2. Si se sustituye:

$$\begin{aligned} a_1 &= \lambda_x \cos\theta \quad a_2 = -\lambda_y sen\theta \\ b_1 &= \lambda_x sen\theta \quad b_2 = \lambda_y \cos\theta \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \lambda_x &= {}^{a_1}\!/\!_{\cos\theta} = {}^{b_1}\!/\!_{sen\theta} \\ \lambda_y &= {}^{-a_2}\!/\!_{sen\theta} = {}^{b_2}\!/\!_{\cos\theta} \end{aligned} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} X_B &= a_1 x_A + a_2 y_A + X_0 \\ Y_B &= b_1 x_A + b_2 y_A + Y_0 \end{aligned} \qquad (3)$$

3. Se obtiene un sistema matricial con la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ X_o \\ b_1 \\ b_2 \\ Y_o \end{bmatrix} \qquad (4)$$

4. Con todos los puntos comunes a ambos sistemas se plantea el ajuste mínimo cuadrático de la forma:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ X_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ Y_0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ X_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ Y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{X_1} \\ V_{Y_1} \\ V_{X_2} \\ V_{Y_2} \\ \vdots \\ V_{X_n} \\ V_{Y_n} \end{bmatrix}$$

5. Que se corresponde con un sistema del tipo:

$$A\hat{x} - t = \hat{v}$$

6. Resolviéndose de forma:

Pizarra:

$$\hat{x} = \left(A^T P A\right)^{-1} A^T P t$$

7. Por último, los residuos obtenidos tras el ajuste serán:

$$\hat{v} = A\hat{x} - t$$

8. El cálculo de los 5 parámetros X_0, Y_0, λ_x, λ_y, θ vendrá dado por las expresiones mostradas en (2).