

Pizarra:

1. La transformación bidimensional conforme se realiza a partir del siguiente sistema de ecuaciones:

$$X_B = \lambda(x_A \cos \theta - y_A \operatorname{sen} \theta) + X_0$$

$$Y_B = \lambda(y_A \operatorname{sen} \theta + x_A \cos \theta) + Y_0$$

2. Si se sustituye:

$$a = \lambda \cos \theta$$

$$b = \lambda \operatorname{sen} \theta$$

3. Se obtiene un sistema matricial con la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

4. Con todos los puntos comunes a ambos sistemas se plantea el ajuste mínimo cuadrático de la forma:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & -y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & x_2 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & -y_n & 1 & 0 \\ y_n & x_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & -y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & x_2 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & -y_n & 1 & 0 \\ y_n & x_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{X_1} \\ V_{Y_1} \\ V_{X_2} \\ V_{Y_2} \\ \vdots \\ V_{X_n} \\ V_{Y_n} \end{bmatrix}$$

5. Que se corresponde con un sistema del tipo:

$$A\hat{x} - t = \hat{v}$$

6. Resolviéndose de forma:

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P t$$

7. Por último, los residuos obtenidos tras el ajuste serán:

$$\hat{v} = A\hat{x} - t$$