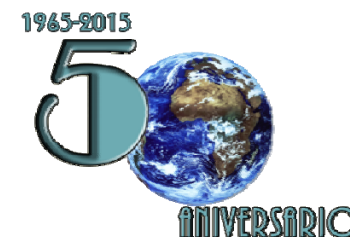


TOP-CART 2016

**XI CONGRESO INTERNACIONAL DE
GEOMÁTICA Y CIENCIAS DE LA TIERRA.**



Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Francisco Javier Ariza López

José Rodríguez-Avi

María Virtudes Alba Fernández



**Universidad
de Jaén**

Departamento de Ingeniería
Cartográfica, Geodésica y
Fotogrametría



**Universidad
de Jaén**

Departamento de Estadística e
Investigación Operativa



Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Índice

- **Introducción** (posición y errores posicionales)
- **Modelos para la incertidumbre**
- **Estimación y control**
- **Control basado en 1 tol**
- **Control basado en 2 tol**
- **Conclusiones**



Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

¿Qué es la posición?

- Forma de referir a la situación de los objetos en el espacio.
- La forma de posicionamiento que nos interesa se denomina “posicionamiento directo” o por “coordenadas” (ISO 19111), en contraposición al “posicionamiento indirecto” o por “identificadores geográficos” (ISO 19112).
- En este caso se necesita un sistema para referir las coordenadas (datum, elipsoide, meridiano, etc.).

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

La posición no es perfecta

Error: La discrepancia entre dos valores que se supone deberían ser iguales.

$$e_{x_i} = x_{t_i} - x_{m_i} \quad e_{y_i} = y_{t_i} - y_{m_i} \quad e_{z_i} = z_{t_i} - z_{m_i}$$

Posibles errores:

- **Groseros o equivocaciones** → eliminación, método que reduzca la posibilidad de ocurrencia.
- **Sistemáticos (Sesgos) (constantes o variables)** → corrección (modelos que consideren su participación).
- **Aleatorios** → No son eliminables pero se debe acotar/determinar la variabilidad del proceso.

Error: Diferencia entre un valor medido de una magnitud y un valor de referencia (valor convencional o valor verdadero) [VIM, 2007]

Incertidumbre: Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de valores atribuidos a un mensurando [VIM, 2007].

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

La posición no es perfecta

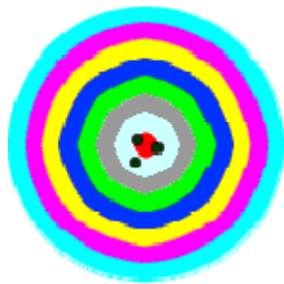
Exactitud: Grado de acuerdo entre el resultado de una prueba y el valor de referencia aceptado [ISO 3534-1]

Exactitud = veracidad + precisión

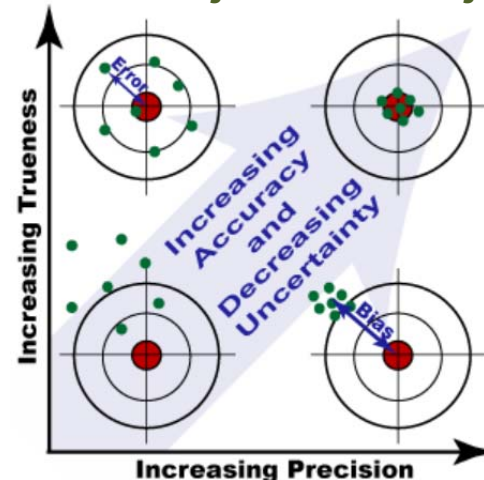
Componente de Sesgo Componente aleatoria

Veracidad: Proximidad entre la media de un número finito de valores medidos repetidos y un valor de referencia.

Precisión: Proximidad entre las indicaciones o los valores medidos obtenidos en mediciones repetidas de un mismo objeto o de objetos similares bajo condiciones específicas.

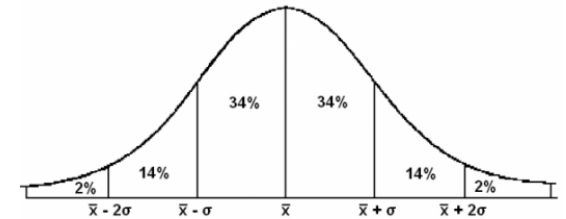


Situación ideal



Modelos para la incertidumbre

Para facilitar el trabajo analítico, al trabajar con incertidumbre se supone un “modelo base” que han de seguir los datos:



Para todo: Normal, PERO **Numerosos estudios indican que **NO**, que esta hipótesis no es cierta**

Otros modelos en los errores

- *LIDAR (Maune, 2007): Sin modelo paramétrico base*
- *Digitalización manual (Bolstad et al 1990): Bimodal*
- *Digitalización (Tong & Liu, 2004): p-norm (Normal + Laplace)*
- *Geocodificación (Cayo and Talbot 2003; Karimi and Durcik 2004, Whitsel et al. 2004): Log normal*
- *Observaciones GNSS (Wilson, 2006; Logsdon, 1995): Raleigh, Weibull*
- *Otros modelos mencionados: Normal plegada, Half normal, Gamma*

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Estimación y control



μ, σ, ξ, α

Valor medio,
desviación, precisión,
significación, tamaño
muestra

Estimación



Tol, α, β

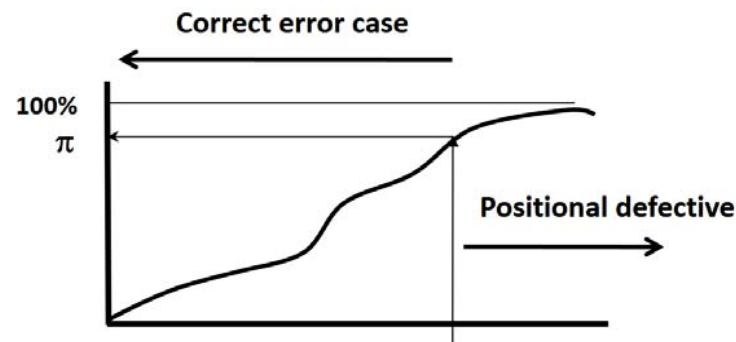
Tolerancia,
significación, potencia
(riesgos tipo I y II),

Control

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Control basado en una tolerancia

$$P[F > mc \mid F \rightarrow B(n, \pi)] = \sum_{k=mc+1}^n \binom{n}{k} \pi^k (1 - \pi)^{n-k}$$

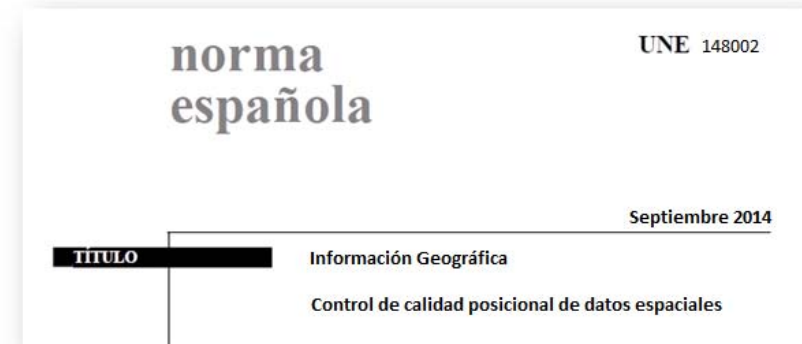


NMAS

United States National Map Accuracy Standards

With a view to the utmost economy and expedition in producing maps which fulfill not only the broad needs for standard or principal maps, but also the reasonable particular needs of individual agencies, standards of accuracy for published maps are defined as follows:

1. **Horizontal accuracy.** For maps on publication scales larger than 1:20,000, not more than 10 percent of the points tested shall be in error by more than 1/30 inch, measured on the publication scale; for maps on publication scales of 1:20,000 or smaller, 1/50 inch. These limits of accuracy



La hipótesis nula es:

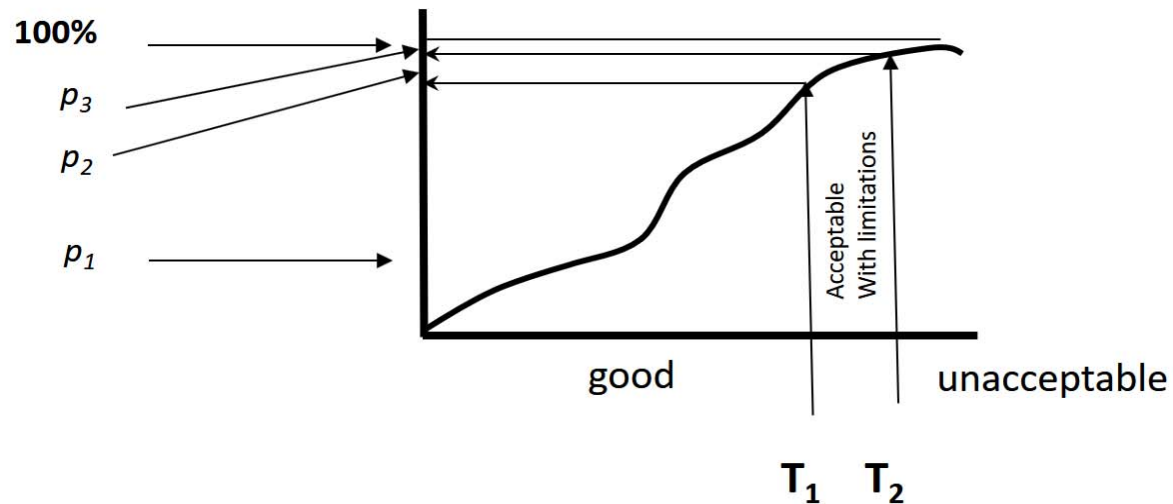
H0: El conjunto de datos es correcto, es decir, para un nivel de significación dado (error de tipo I), el porcentaje de casos de errores posicionales que superan la tolerancia métrica Tol es menor o, a lo sumo, igual a $\pi\%$.

Frente:

H1: El conjunto de datos no es correcto, es decir, se supera el $\pi\%$ de errores mayores que la tolerancia métrica

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Control basado en dos tolerancias



Se puede generalizar al caso de $k-1$ tolerancias, y entonces el modelo es el multinomial, $\mathcal{M}(N, \pi_1, \dots, \pi_k)$, con función de masa de probabilidad:

$$P[(X_1 = N_1, \dots, X_k = N_k)] = \frac{N!}{N_1! \dots N_k!} \pi_1^{N_1} \dots \pi_k^{N_k}$$

Control basado en dos tolerancias

Dado el modelo $M(N, n_1, n_2, n_3)$ tal que $N=n_1+n_2+n_3$, el contraste de hipótesis es el siguiente:

H_0 : El conteo de defectuosos posicionales sigue una distribución multinomial de parámetros $N, \pi_1^0, \dots, \pi_k^0$ donde $\pi_j^0 = n_j/100$, y $\pi_1^0 + \dots + \pi_k^0 = 1$.

H_1 : Dadas unas proporciones por el modelo, se deberá producir el rechazo de la hipótesis nula cuando las proporciones de elementos suponga un empeoramiento (p.ej. paso de error reducido a asumible o de asumible a excesivo, para el caso de 2 tolerancias y tres intervalos).

Se propone el cálculo del p-valor por un método exacto que explora el espacio de soluciones posibles y consistentes.

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Ejemplo

Modelo: Datos 3D distribuidos como $N(\mu=0; \sigma=1.5)$

$$QE_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$$

tolerancias métricas $T_1 = 9.243 \text{ m}^2$ y $T_2 = 14.065 \text{ m}^2$
Con $\pi_1 = 75\%$, $\pi_2 = 15\%$, $\pi_3 = 10\%$

Tabla 1 Ejemplo que sigue la hipótesis
 $N(\mu=0; \sigma=1.5)$

| Element | e_x [m] | e_y [m] | e_z [m] | QE [m ²] |
|---------|-----------|-----------|-----------|----------------------|
| 1 | -0.371 | -1.672 | 2.755 | 10.524 |
| 2 | -3.359 | -0.815 | 1.454 | 14.063 |
| 3 | 0.251 | 0.340 | 0.467 | 0.397 |
| 4 | -0.308 | -0.324 | 0.718 | 0.715 |
| 5 | 1.172 | -0.320 | -0.411 | 1.644 |
| 6 | -0.206 | -3.074 | -1.651 | 12.220 |
| 7 | 3.873 | 0.304 | 2.280 | 20.288 |
| 8 | 0.394 | -0.442 | 0.989 | 1.330 |
| 9 | 2.322 | -1.667 | 0.623 | 8.557 |
| 10 | -1.380 | -2.260 | 0.342 | 7.128 |
| 11 | 1.384 | -1.444 | -1.730 | 6.993 |
| 12 | -1.131 | -0.549 | -0.930 | 2.447 |
| 13 | 0.423 | 0.627 | -1.257 | 2.153 |
| 14 | 1.494 | -1.359 | -2.168 | 8.780 |
| 15 | -1.740 | 0.017 | -1.281 | 4.667 |
| 16 | -1.397 | -0.196 | 0.214 | 2.035 |
| 17 | 1.670 | 0.262 | -2.015 | 6.918 |
| 18 | -0.399 | -1.194 | 1.553 | 3.997 |
| 19 | -0.309 | -1.106 | 1.562 | 3.760 |
| 20 | -1.329 | 0.014 | 2.745 | 9.304 |

Estadístico muestral es $T = (15, 4, 1)$

$P = 0.3828 \rightarrow$ Se acepta

Tabla 2 Ejemplo que es peor que la hipótesis
 $N(\mu=0; \sigma=2.0)$

| Element | e_x [m] | e_y [m] | e_z [m] | QE [m ²] |
|---------|-----------|-----------|-----------|----------------------|
| 1 | 4.263 | 2.439 | 3.298 | 35.000 |
| 2 | -2.547 | -0.959 | -0.483 | 7.639 |
| 3 | 0.876 | 3.985 | -0.851 | 17.370 |
| 4 | -0.010 | 0.352 | 2.098 | 4.526 |
| 5 | -1.920 | 0.744 | 4.166 | 21.597 |
| 6 | 2.313 | -1.372 | -3.335 | 18.354 |
| 7 | -2.584 | 2.832 | 0.049 | 14.701 |
| 8 | 0.830 | -0.932 | -0.510 | 1.819 |
| 9 | 1.895 | -0.902 | -2.230 | 9.378 |
| 10 | 2.242 | -1.206 | 1.741 | 9.513 |
| 11 | -1.341 | 1.723 | -0.745 | 5.323 |
| 12 | -1.457 | -1.699 | -4.995 | 29.955 |
| 13 | -0.541 | 4.164 | 1.924 | 21.330 |
| 14 | 2.818 | 2.699 | -0.834 | 15.920 |
| 15 | 0.772 | -0.099 | -2.907 | 9.059 |
| 16 | 3.217 | -1.191 | 1.744 | 14.810 |
| 17 | 0.343 | -0.024 | 4.905 | 24.174 |
| 18 | -4.844 | 0.044 | 0.493 | 23.711 |
| 19 | -0.050 | -0.657 | 0.206 | 0.476 |
| 20 | -1.096 | -1.909 | -1.731 | 7.843 |

Estadístico muestral es $T = (7, 2, 11)$.

$P = 0.0409 \rightarrow$ Se rechaza

$N(\mu=0; \sigma=1.0)$
Tabla 3 Ejemplo que es mejor la hipótesis

| Element | e_x [m] | e_y [m] | e_z [m] | QE [m ²] |
|---------|-----------|-----------|-----------|----------------------|
| 1 | 0.745 | -0.001 | -0.892 | 1.351 |
| 2 | -1.174 | -0.299 | 0.527 | 1.745 |
| 3 | 0.938 | 0.031 | 0.993 | 1.868 |
| 4 | 0.219 | -1.092 | 0.651 | 1.665 |
| 5 | -1.533 | -2.152 | -1.834 | 10.348 |
| 6 | 0.481 | -0.010 | 0.497 | 0.478 |
| 7 | -1.551 | -0.163 | 0.902 | 3.244 |
| 8 | -0.383 | 0.239 | -1.118 | 1.453 |
| 9 | -1.267 | 2.032 | -0.887 | 6.519 |
| 10 | 1.555 | 2.436 | -0.998 | 9.345 |
| 11 | -0.371 | -0.219 | 1.323 | 1.935 |
| 12 | -0.217 | 0.438 | 0.003 | 0.239 |
| 13 | 1.606 | -1.278 | -0.310 | 4.309 |
| 14 | -1.338 | -0.733 | 0.132 | 2.345 |
| 15 | -0.365 | 1.711 | 0.526 | 3.336 |
| 16 | -1.115 | -1.208 | -0.971 | 3.643 |
| 17 | 0.004 | -0.203 | 0.307 | 0.135 |
| 18 | -1.031 | 0.998 | -0.232 | 2.114 |
| 19 | 0.740 | -0.638 | -0.397 | 1.114 |
| 20 | 0.861 | -0.080 | 0.879 | 1.521 |

Estadístico muestral es $T = (16, 1, 3)$

$P = 0.5851 \rightarrow$ Se acepta

Control de la exactitud posicional por medio de tolerancias

Conclusión

- Con los modelos basados en tolerancias no se requiere la normalidad de los datos. Se puede trabajar con los datos observados.
- Se dispone de una extensión del modelo binomial (1 tolerancia), ya aplicado en el control de la posición.
- El modelo de 2 tolerancias permite una gradación de los niveles de error posicional considerados (esperables, tolerables, inasumibles).
- El método se basa en un contraste de hipótesis donde el p valor se calcula de forma exacta.
- El ejemplo presentado y las simulaciones realizadas demuestran su aplicabilidad.
- El método se puede extender a más de 2 tolerancias.

TOP-CART 2016

**XI CONGRESO INTERNACIONAL DE
GEOMÁTICA Y CIENCIAS DE LA TIERRA.**



Control de la exactitud posicional por medio de
tolerancias

GRACIAS POR SU ATENCIÓN



de Jaén

Departamento de Ingeniería
Cartográfica, Geodésica y
Fotogrametría



de Jaén

Departamento de Estadística e
Investigación Operativa

