

# Tema 4.2 Proyecciones cartográficas: planas

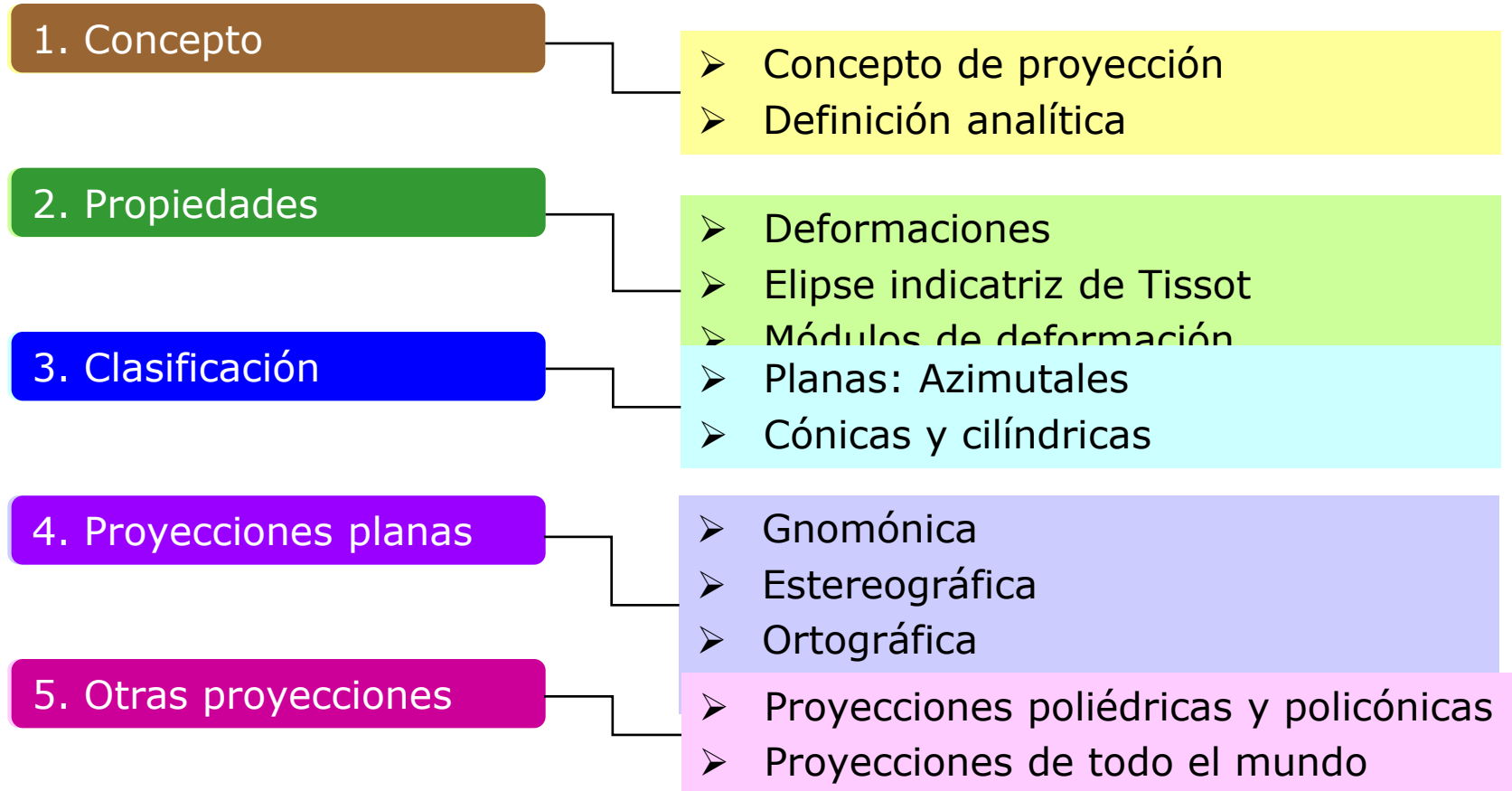
Cartografía I

2º Curso de IT en Topografía

1<sup>er</sup> Cuatrimestre 2008/09

EPS Jaén

# T4.2 Proyecciones: planas



# T4.2 Proyecciones: planas

## 1. Concepto

- Concepto de proyección
- Definición analítica

## 2. Propiedades

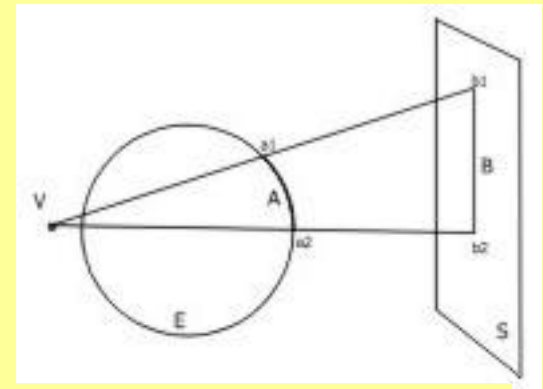
## 3. Clasificación

## 4. Proyecciones planas

## 5. Otras proyecciones

## T4.2 Proyecciones: planas

- Las proyecciones cartográficas son la herramienta que permite el paso de la forma de la Tierra (casi esférica) a una representación plana
- Son el segundo paso para la representación de la Tierra, tras la referencia a esfera o elipsoide
- El paso de los puntos del elipsoide al plano implica cometer errores considerables
- Con los conocimientos y tecnología actual (y el peso de la tradición) siguen resultando útiles, los globos terráqueos son incómodos
- Las primeras proyecciones (desde la antigua Grecia) lo eran en sentido estricto
- Así, cada punto del plano es la intersección de la recta que une a su homólogo y el vértice de proyección, con el plano de proyección
- Las rectas proyectantes unen el vértice de proyección con los puntos
- Así las circunferencias (máximas o menores) se proyectan como:
  - Rectas si el vértice está contenido en el plano de la circunferencia
  - Circunferencias, elipses, hipérbolas o parábolas en los demás casos



## T4.2 Proyecciones: planas

- Desde el punto de vista analítico (matemático) una proyección busca establecer una relación entre las coordenadas de puntos en la realidad (esfera o elipsoide) y la representación (plano)

$$\begin{aligned}x &= f(\lambda, \varphi); & y &= g(\lambda, \varphi) \\ \lambda &= f'(x, y); & \varphi &= g'(x, y)\end{aligned}$$

- Hay proyecciones que no lo son en sentido estricto (geométricamente)
- Entre ellas se encuentra la proyección de Mercator (y la UTM)
- En realidad son representaciones analíticas pero se las conoce también como proyecciones

# T4.2 Proyecciones: planas

1. Concepto

2. Propiedades

- Deformaciones
- Elipse indicatriz de Tissot
- Módulos de deformación

3. Clasificación

4. Proyecciones planas

5. Otras proyecciones

## T4.2 Proyecciones: planas

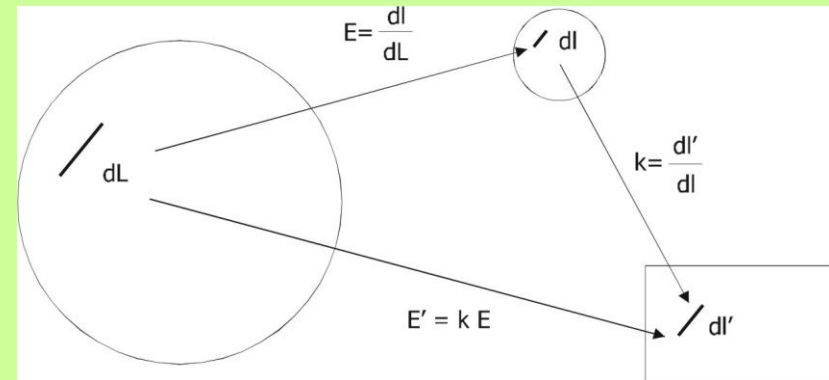
- Toda proyección implica deformación
- Las relaciones espaciales de una serie de puntos cambian al pasar al mapa
- La escala deja de ser constante en las distintas direcciones y sectores

### Escala local

- Escala general: Razón entre el radio de la Tierra en el mapa y la realidad
- Escala local: Razón entre distancias entre puntos homólogos
- Factor de escala: Relación entre la escala local y la escala general

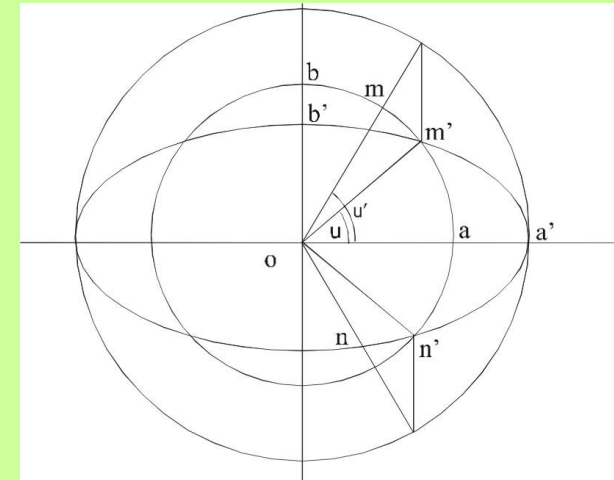
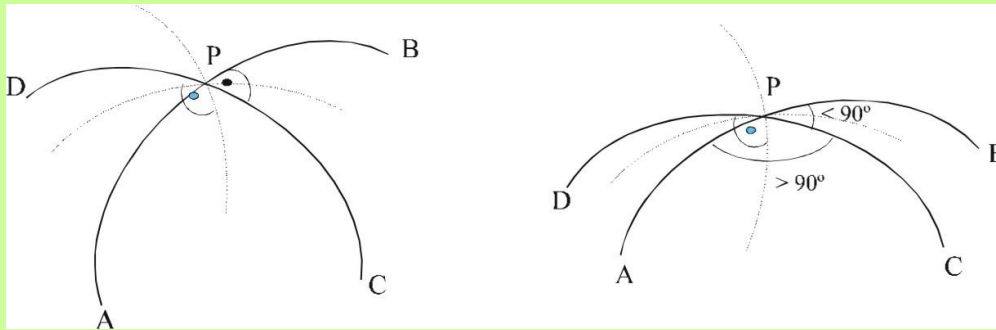
### Tipos de proyecciones

- Los cambios de escala o en las distancias, provocan cambios en:
  - Las formas, si cambios de escala se producen en distintas direcciones
  - Las superficies, si se producen en distintas zonas del mapa
- En función de las dimensiones que se conservan las proyecciones son:
  - Equidistantes: Se conservan la escala en líneas automecicas
  - Equivalentes o autálicas: Se conservan las superficies o áreas
  - Confomes u ortomorfas: Se conservan los ángulos o las formas
- Si no se mantiene ninguna de las dimensiones: proyecciones afilácticas



# T4.2 Proyecciones: planas

- Las deformaciones pueden ser estudiadas a partir de la elipse de Tissot
- Demostró que para cualquier sistema, sobre cada punto de la esfera existe al menos un par de direcciones ortogonales que se mantienen
- Estas son las direcciones principales
- El resto de las direcciones se modifican
- Así cualquier circunferencia de radio= 1 sobre la esfera dejará de serlo en el mapa y se convertirá en una elipse



- En las proyecciones conformes,  $Oa=Ob \neq 1$ , se mantienen las formas pero no las áreas
- En las proyecciones equivalentes,  $Oa \neq Ob \neq 1$ , pero  $Oa * Ob = r^2 = 1$ , se mantiene las áreas



## T4.2 Proyecciones: planas

- Los módulos de deformación permiten cuantificar las deformaciones en distintas magnitudes

### Lineal

- El módulo de deformación (anamorfosis) lineal se define:

$$MdL = l' / l$$

- Donde  $l'$  y  $l$  son distancias en el plano y la esfera
- Equivale al concepto de escala local o factor de escala

### Angular

- El módulo de deformación (anamorfosis) angular se define:

$$MdA = U - U'$$

- Donde  $U$  y  $U'$  son ángulos en la esfera y el plano
- Se anula en las proyecciones conformes

### Superficial

- El módulo de deformación (anamorfosis) superficial se define:

$$MdA = S' / S$$

- Donde  $S'$  y  $S$  son superficies en plano y esfera

# T4.2 Proyecciones: planas

1. Concepto

2. Propiedades

3. Clasificación

- Planas: Azimutales
- Cónicas y cilíndricas

4. Proyecciones planas

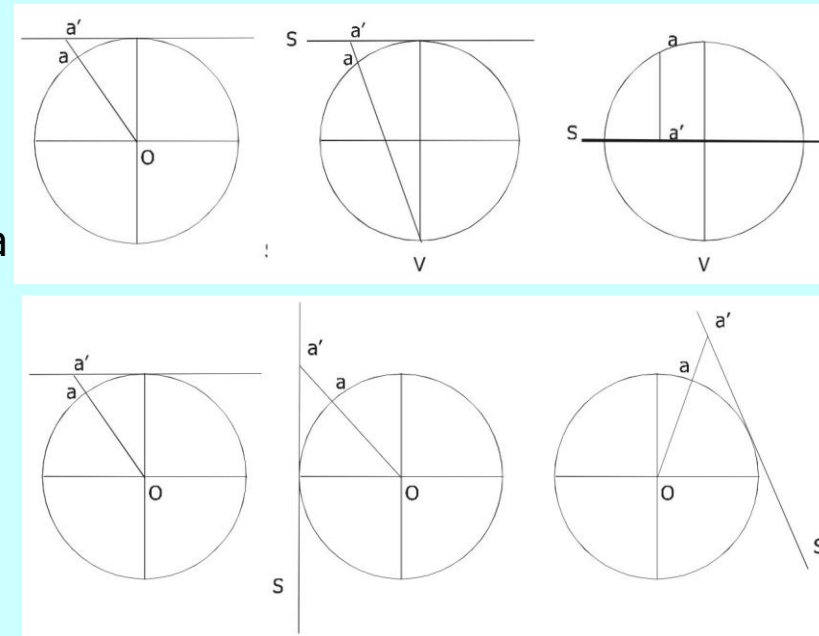
5. Otras proyecciones

# T4.2 Proyecciones: planas

- En función de la forma de la superficie de proyección las proyecciones:
  - Planas: Se proyecta directamente sobre un plano
  - Cónicas: Se proyecta sobre superficie cónica
  - Cilíndricas: Se proyecta sobre cilindro

## Proyecciones planas

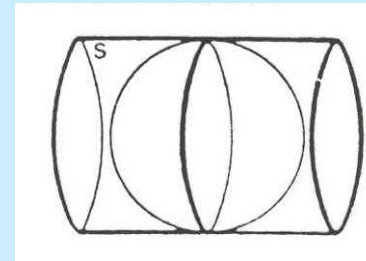
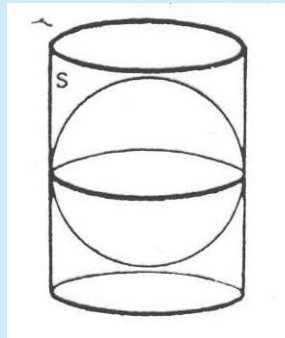
- En función de la posición del vértice:
  - Gnomónica: Centro de la Tierra
  - Estereográfica: Punto de la superficie
  - Escenográfica: Punto externo a la Tierra
  - Ortográfica: Punto impropio (infinito)
- En función del centro de proyección:
  - Polar, ecuatorial o directa: En el polo
  - Transversa o meridiana: Punto Ecuador
  - Oblicua: Otro punto cualquiera



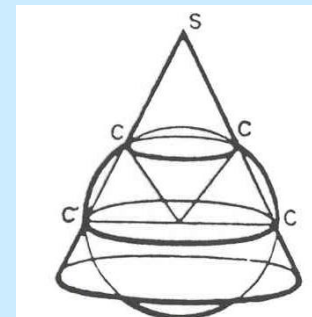
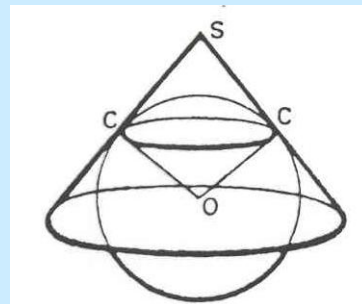
- Azimutales (cenitales): Vértice en la perpendicular al centro de proyección
- Se mantienen azimutes en las direcciones que parten del centro
- Son azimutales la gnomónica, estereográfica y ortográfica en sus versiones

## T4.2 Proyecciones: planas

- En función de la posición de las figuras en relación a la esfera:
  - Polares: Eje de la figura (cilindro o cono) coincide con el de la Tierra
  - Transversas: Los ejes son perpendiculares
  - Oblicuas: Los ejes son oblicuos



- Además las proyecciones cónicas (o cilíndricas) pueden ser:
  - Tangentes, si las figuras son tangentes a la Tierra según una circunferencia máxima (en cilíndricas) o menor (en cónicas)
  - Secantes, si cortan a la Tierra según circunferencias menores



# T4.2 Proyecciones: planas

1. Concepto

2. Propiedades

3. Clasificación

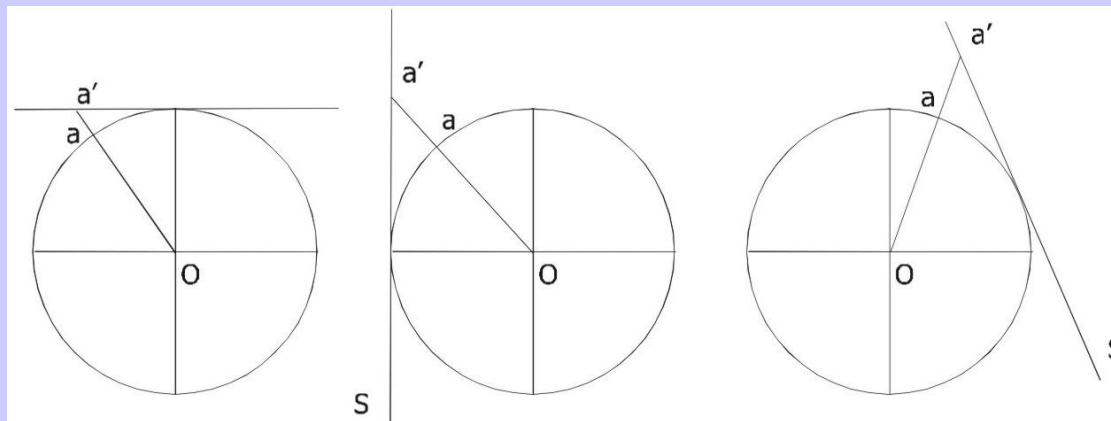
4. Proyecciones planas

- Gnomónica
- Estereográfica
- Ortográfica
- Otras proyecciones azimutales

5. Otras proyecciones

## T4.2 Proyecciones: planas

- Origen: Desarrollos de Thales de Mileto (VI aJC)
- El vértice de proyección está en el centro de la esfera terrestre
- Cualquier circunferencia máxima se proyecta como una recta (el plano contiene al vértice)
- Las circunferencias menores se proyectan como circunferencias, elipses, hipérbolas y parábolas
- Sólo es posible representar la mitad de la esfera
- Las deformaciones aumentan a medida que los puntos se alejan del centro de la proyección
- Es afiláctica (no conserva ninguna magnitud)
- Se ha utilizado en navegación (las ortodrómicas se trazan con facilidad)



# T4.2 Proyecciones: planas

## Polar

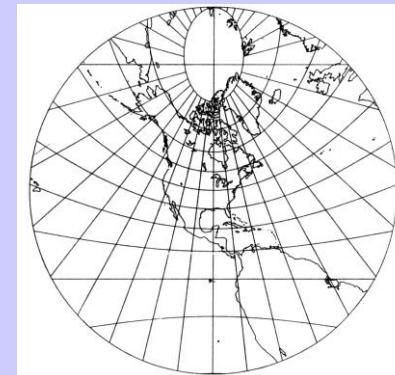
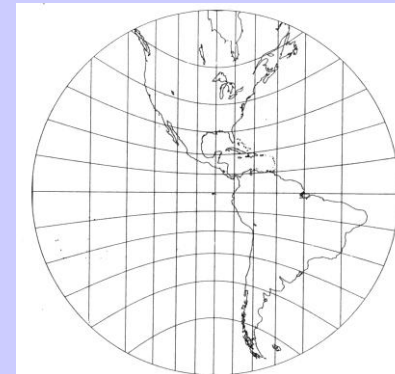
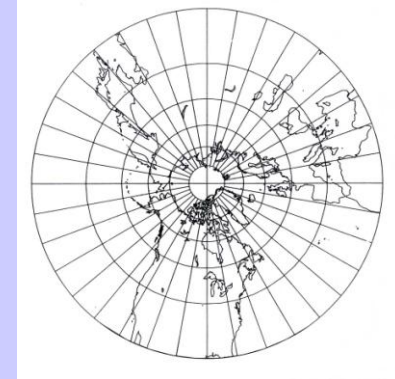
- Los meridianos se proyectan como rectas ya que son circunferencias máximas concurrentes en polo El
- Ecuador no se proyecta ya que contiene al diámetro paralelo al plano de proyección
- Los paralelos se proyectan como circunferencias de radio decreciente con la latitud ( $r_p = R * \cotg \varphi$ )

## Transversa

- Los meridianos se proyectan como rectas paralelas (concurren en el polo que no se proyecta)
- El Ecuador se proyecta como una recta perpendicular a los meridianos
- Los paralelos se proyectan como hipérbolas cóncavas hacia polo más cercano

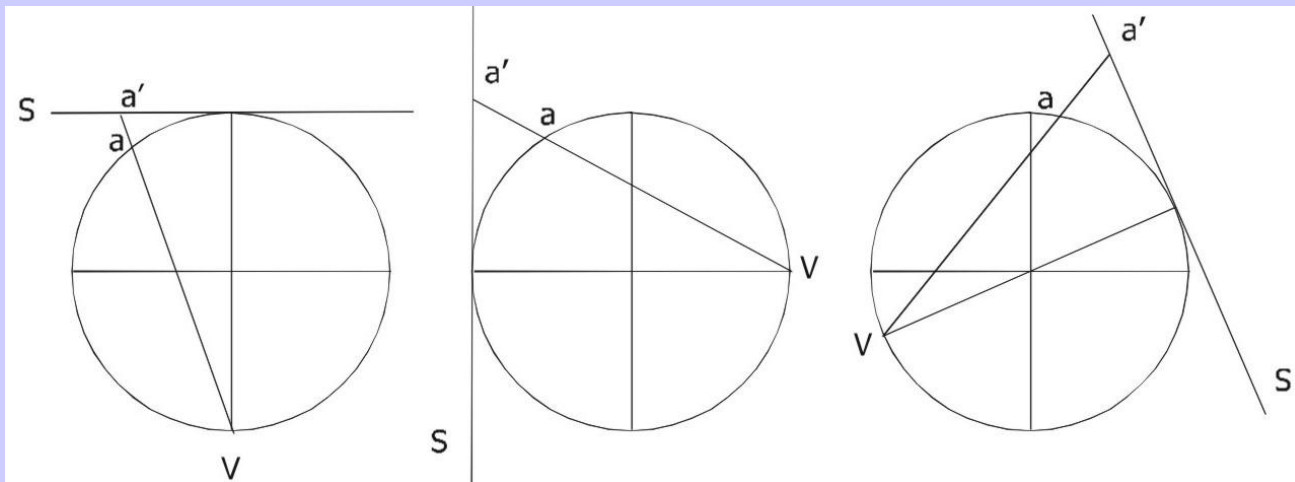
## Oblicua

- Los meridianos se proyectan como rectas concurrentes en el polo más cercano al centro
- El Ecuador se proyecta como una recta perpendicular al meridiano central
- Los paralelos se proyectan como parábolas, hipérbolas o elipses



# T4.2 Proyecciones: planas

- Origen: Desarrollos de griegos (II aJC)
- El vértice de proyección está en un punto de la esfera diametralmente opuesto al centro
- Cualquier circunferencia (máxima o mínima) que pase por vértice se proyecta como una recta y el resto como circunferencias
- Es posible proyectar toda la esfera, pero las deformaciones aumentan moderadamente a medida que los puntos se alejan del centro
- Es conforme (se conservan los ángulos)
- Se ha utilizado en representación de zonas polares o ecuatoriales (las zonas próximas al centro de proyección está poco deformadas)

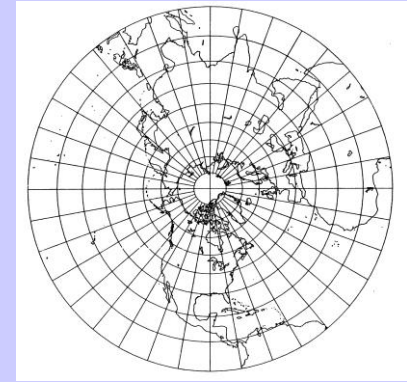




# T4.2 Proyecciones: planas

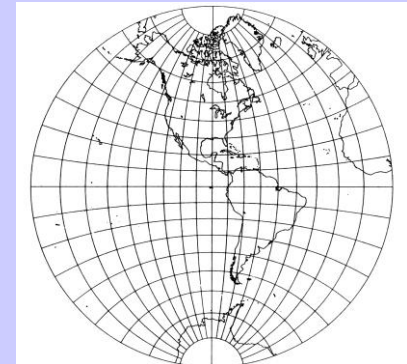
## Polar

- Polar: Polos son centro y vértice de proyección
- Los meridianos se proyectan como rectas ya que pasan por el vértice (polo), concurrentes en otro polo (centro)
- El Ecuador y los paralelos se proyectan como circunferencias concéntricas cuyo radio ( $r_p = 2R \cdot \tan[(90 - \phi)/2]$ )



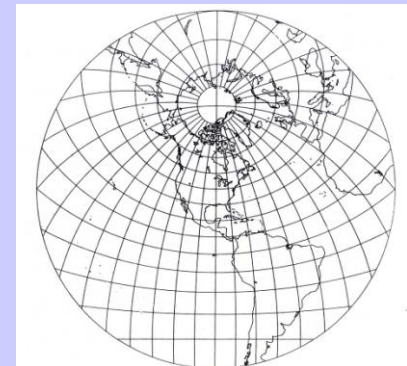
## Transversa

- El meridiano central y el Ecuador se proyectan como rectas (pasa por el vértice y centro de proyección)
- Son perpendiculares y coinciden en el centro
- El resto de los meridianos se proyectan como arcos de circunferencia cóncavos hacia el centro
- Los paralelos como arcos de circunferencias con concavidad hacia polo más cercano



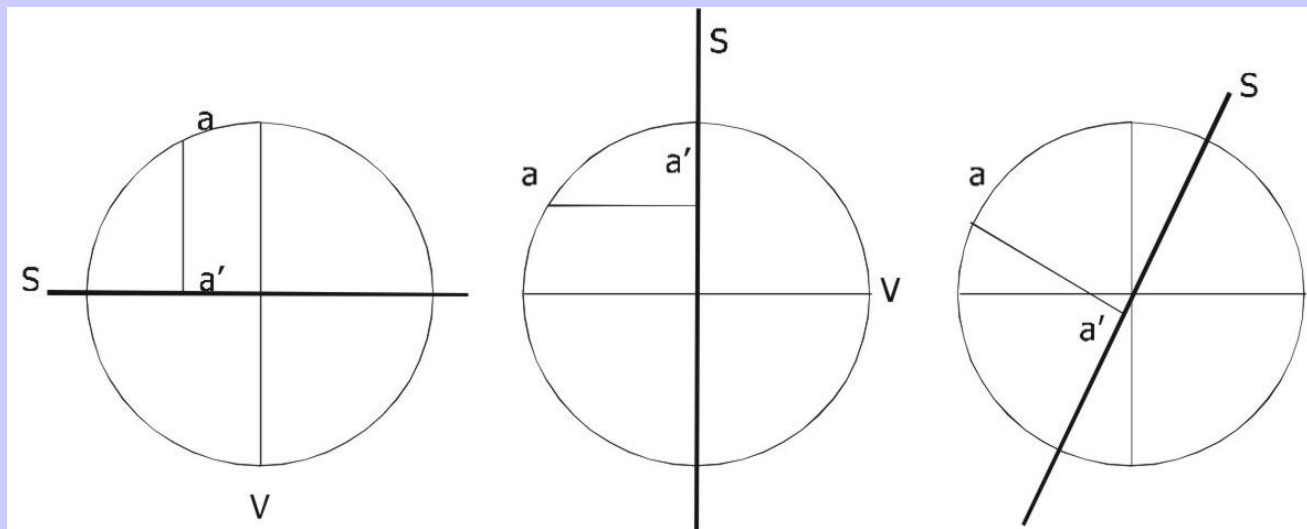
## Oblicua

- El meridiano central se proyecta como una recta (pasa por vértice y centro de la proyección)
- El resto de meridianos se proyectan como arcos de circunferencia que intersectan en el polo
- El Ecuador y paralelos se proyectan como arcos de circunferencia, salvo el de latitud contraria al central (recta)



# T4.2 Proyecciones: planas

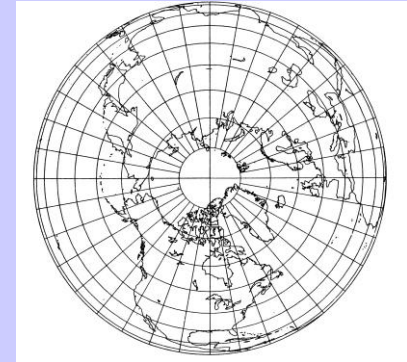
- Origen: Desarrollos de los griegos (Hiparco, II aJC)
- El vértice de proyección es un punto impropio, se proyecta ortogonalmente sobre el plano
- Cualquier circunferencia perpendicular al plano de proyección se proyecta como una recta
- Las circunferencias paralelas al plano son automecoicas
- El resto de circunferencias como elipses
- Es posible proyectar toda la esfera, pero los puntos de un hemisferio caen sobre los del otro
- Se ha utilizado en la representación de la luna y los planetas



# T4.2 Proyecciones: planas

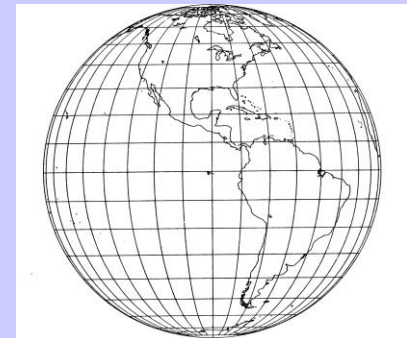
## Polar

- Los meridianos se proyectan como rectas (son perpendiculares el plano), concurrentes en el polo (centro)
- El Ecuador y los paralelos se proyectan como circunferencias (paralelos al plano) cuyo radio  $r = R \cdot \cos \varphi$



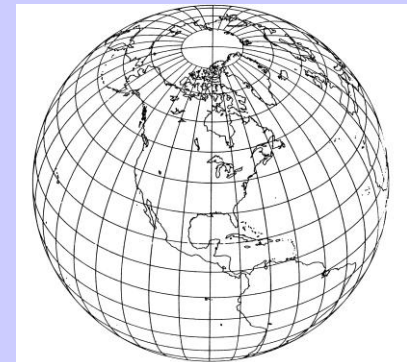
## Transversa

- El meridiano central se proyecta como una recta (perpendicular la plano de proyección)
- El meridiano perpendicular al central como una circunferencia sin deformación (paralelo a plano)
- El resto de los meridianos se proyectan como elipses cuyo eje mayor coincide con el eje polar
- El Ecuador y los paralelos se proyectan como rectas



## Oblicua

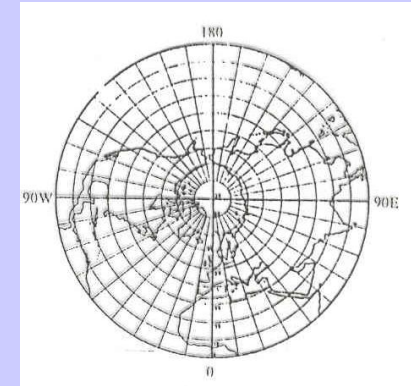
- El meridiano central se proyecta como una recta (perpendicular al plano de proyección)
- El resto de meridianos se proyectan como arcos de elipse que intersecan en el polo
- El Ecuador y paralelos se proyectan como arcos de elipse cuyo eje menor se sitúa a lo largo del meridiano central



## T4.2 Proyecciones: planas

### Azimutales

- Además de las anteriores, hay dos desarrollos analíticos, basadas en las proyecciones polares
- Las proyecciones planas polares coinciden en que:
  - Meridianos: Rectas concurrentes en polo
  - Ecuador y paralelos: Circunferencias concéntricas cuyo distancia varía
- Si los paralelos se espacian a igual distancia (meridianos automecóicos) aparece la proyección azimutal equidistante (Postel, XVI)
- Si se espacian para mantener áreas aparece la proyección azimutal equivalente (Lambert, XVIII)



### Escenográfica

- La proyección escenográfica se obtiene al proyectar la Tierra desde punto externo
- La distancia del punto a la Tierra es variable, hay distintas versiones
- No es azimutal
- Se ha empleado en la representación de algunos mapas celestes

# T4.2 Proyecciones: planas

1. Concepto

2. Propiedades

3. Clasificación

4. Proyecciones planas

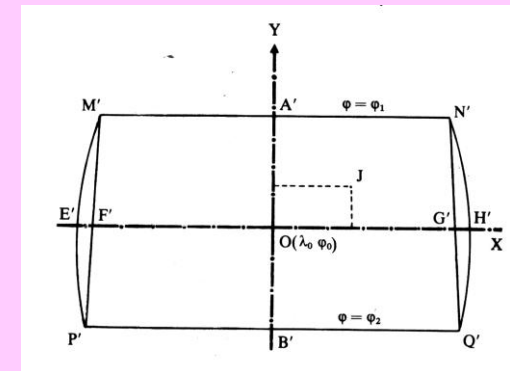
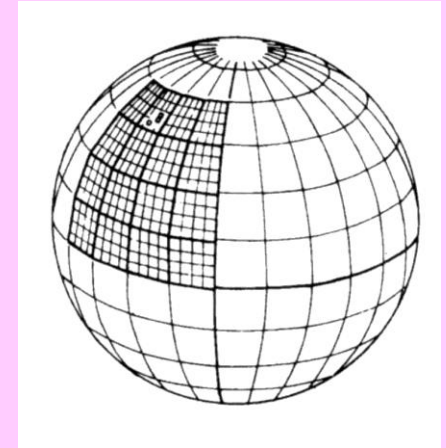
5. Otras proyecciones

- Proyecciones poliédricas y policónicas
- Proyecciones de todo el mundo

## T4.2 Proyecciones: planas

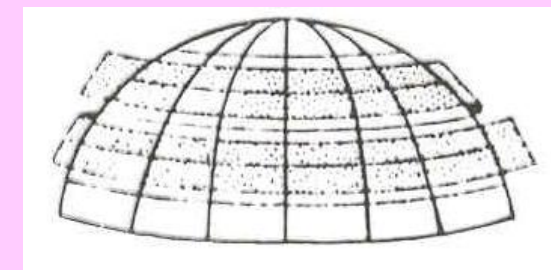
### Policéntricas

- Superficie poliédrica formada por trapecios planos tangentes a la Tierra
- Sustituye a la Tierra que se proyecta sobre ella
- Deformación aumenta a partir de punto de tangencia
- En trapecios pequeños el error es reducido
- Los trapecios corresponden a las "hojas" del mapa
- Problema: Las distintas hojas de un mapa no encajan
- En España se utilizó en el antiguo Mapa Nacional
- Trapecios entre dos paralelos espaciados  $10^\circ$  y dos meridianos espaciados  $20^\circ$  (con longitudes impares)
- Origen coordenadas: Meridiano de Madrid y Ecuador



### Policónicas

- Superficie formada por troncoconos, tangente a la Tierra según paralelos
- Sustituye a la Tierra, que se proyecta sobre ella
- Estas superficies se desarrollan sobre el plano
- Se utiliza sólo para proyecciones a pequeña escala de todo el globo



## T4.2 Proyecciones: planas

- Proyecciones calculadas para representar toda la Tierra a pequeña escala

### Sinusoidal

- Samson y Flamsteed (siglos XVI-XVIII)
- Es equivalente, gran deformación angular
- El meridiano origen es automecoico
- Versión meridiana de la de Bonne

### Homográfica

- Mollweide (1805), empleada en atlas
- Proyección pseudocilíndrica equivalente
- El Ecuador se divide en partes iguales por las que pasan meridianos (semielipses)
- Paralelos: Rectas paralelas al Ecuador, espaciadas para equivalencia

### Homográfica partida

- Se debe a Goode
- Toma fragmentos de la de Mollweide con varios meridianos origen
- Otras proyecciones: estrelladas

